

# 综合与实践：进位制的认识与探究（人教版）

## 一、教学目标

1. 让学生深度理解十进制与二进制的紧密关系，包括二者如何相互转换、各自独特的表示形式，能熟练在二者之间进行准确转化。
2. 引导学生自主探究、归纳不同进制（如八进制、十六进制等拓展进制）下的转化规律与基本运算规则，具备初步的多进制运算能力。
3. 通过系列教学活动，全方位提升学生逻辑推理、抽象思维等能力，培养学生严谨的数学思维素养，使其能运用进制知识解决实际问题。

## 二、教学重点与难点

### 1. 教学重点

- (1) 熟练掌握不同进制间的互化方法，尤其是十进制与二进制、八进制、十六进制这几种常用进制的相互转换技巧。
- (2) 能够运用进制知识剖析与解决生活、科技等领域中的简单数学问题，如计算机存储换算、物品分组计数等。

### 2. 教学难点

- (1) 熟练掌握不同进制间的互化方法，尤其是十进制与二进制、八进制、十六进制这几种常用进制的相互转换技巧。
- (2) 能够运用进制知识剖析与解决生活、科技等领域中的简单数学问题，如计算机存储换算、物品分组计数等

## 三、教学课型及课时

新课 1 课时

#### 四、教学方法

1. 教学方法：合作学习法、读书指导法、讲授法和实践活动法
2. 学习方法：自主探索、交流发现。

#### 五、教学过程

##### 课前准备

编辑富含知识与趣味的阅读材料，涵盖历史上多样进制起源（古埃及、巴比伦、中国古代算筹对应进制）、现代科技（计算机二进制编程、电子设备存储进制）应用、生活奇闻（如特殊进制的古老密码锁）。提前一天线上或线下发放，要求学生阅读并记录问题。备好教学用具：充足算珠、彩色数字卡片、多盒不同数量粉笔、大计数板，保障实践活动开展。

##### 环节一：导入新课

##### 情境导入

学生活动：依据阅读材料分组交流，分享新奇发现与疑惑，推选代表发言，阐述对进位制的既有认知。

教师活动：巡视引导，倾听学生想法。结合代表发言，以十进制为例，板书讲解技术原则（逢十进一）、数字符号（0 - 9）、基数（10），引导学生类比思考其他进制，培养类比与归纳思维，为后续学习铺垫。

设计意图：以学生自主阅读为起点，激发学习兴趣，了解学情；通过教师引导，初步构建知识联系，引入新课主题。

##### 环节二：探究新知

导入问题：提出“为何计算机依赖二进制，古代多采十进制，不同进制优势在哪”，引导多元思考。

学生活动：分组开展四进制体验活动，用算珠、计数板模拟，类比十进制探究四进制数位、数值规律。

教师活动：巡回指导，适时提示。之后在黑板演示四进制计数、读写，对比十进制强调差异，加深理解。

设计意图：问题导入激发探索欲；实践让学生亲身体会进制原理，深化理解；教师示范巩固认知。

### 环节三：活动实践

学生活动：分组数粉笔（如 48 支、50 支装），用类比算法记录数量，组内交流，推选汇报员。

教师活动：巡视记录各小组情况，观察学生操作熟练度、理解深度，为后续指导做准备。

设计意图：将理论用于实际，检验学生对计数原理掌握度，培养动手与团队协作能力。

### 环节四：探究新知

学生活动：记录实践数据，用按权展开法验算，探讨不同进制到十进制转换，反向思考已知十进制数转其他进制方法。

教师活动：引导思考，答疑解惑，结合实例讲解复杂转换技巧，拓展知识深度。

设计意图：以实践为基础，深入探究进制转换，让学生在问题解决中提升能力。

## 环节五：布置作业

学生活动：回顾本节课重点知识，包括进制概念、转化方法、实践心得，自由发言总结收获。

教师活动：倾听补充，以思维导图形式梳理知识，强化记忆，点明关键。

设计意图：帮助学生系统整理知识，加深印象，明晰重点，提升学习效果。

## 六、课后反思

1. 引入环节：反思吸引力不足问题，后续可采用更具悬念的情境或趣味历史故事，瞬间抓住学生眼球，快速融入课堂氛围。

2. 活动环节：意识到教具使用与任务说明含糊，应提前详细演示，制作清晰指南，合理调配时间，让各层次学生有收获。

3. 知识讲解：发现位权定义不严谨，要回归课本精准阐释，结合实例加深理解，夯实理论根基。

4. 练习设计：深感练习量少、应试性弱，后续需精心编制多样练习题，涵盖基础巩固、拓展提升、综合应用，满足不同需求。

## 七、板书设计

进制制的认识与探索

一、认识进制制

十进制  $N$ 进制 ( $N \geq 2$ )

逢十进一 逢 $N$ 进一  $\rightarrow A$

0, 1, 2, ..., 9 0, ..., 8, 9, 10, ...

基数 = 10  $N$

二、不同进制制的转化

四进制  $\rightarrow$  十进制

十进制  $\rightarrow$  四进制

四进制

$4^2$	$4^1$	$4^0$
0	1	2

$(112)_4$

$= 1 \times 4^2 + 1 \times 4^1 + 2 \times 4^0$

$= 16 + 4 + 2$

$= 22$

$22 = (112)_4$

$22 = 16 + 4 + 2$

$= 1 \times 4^2 + 1 \times 4^1 + 2 \times 4^0$

$22 = 4 \times 5 + 2$

$= 6 \times (1 \times 4 + 1) + 2$

$= 1 \times 4^2 + 1 \times 4 + 2 \times 4^0$

## 八、活动准备

课题：进位制的认识与探究											
任务一	阅读与思考，你对进位制了解了多少？										
任务二	<p>实验操作活动：探究不同的进制</p> <p>要求1:在操作的过程中记录下选择的的基数，类比十进制在操作过程中将下面空白部分补充完整</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><thead><tr><th></th><th><math>10^3</math></th><th><math>10^2</math></th><th><math>10^1</math></th><th><math>10^0</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>十进制数</td><td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td><td style="border: 1px solid black; text-align: center;">4</td></tr></tbody></table> <p style="text-align: center;"><math>(1234)_{10}</math></p>		$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$	十进制数	1	2	3	4
	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$							
十进制数	1	2	3	4							
任务三	试着将你们组记录的()按权展开，并计算出相应的十进制数，任选一个十进制数将其转化成你们组的进制数										

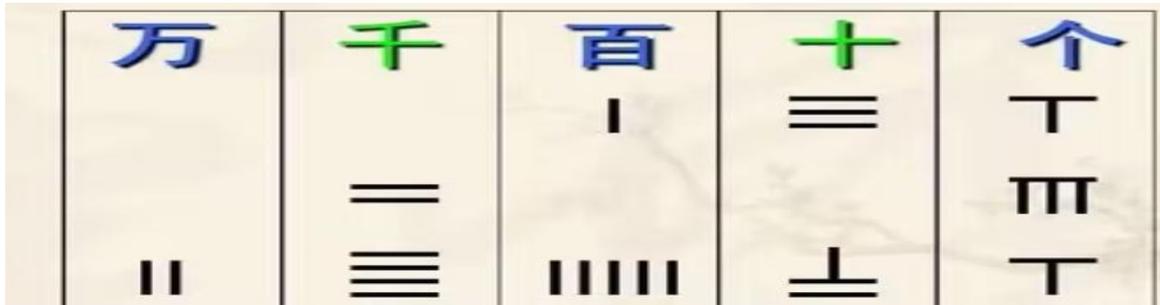
### 阅读材料：探索进位制的奥秘

#### 一、不同的进位制

在人类数学的漫长历程中，不同进位制犹如璀璨星辰，各自闪耀独特光芒，其出现与发展皆与人类社会需求及认知紧密相关。

十进制是我们最为熟知的进位制。远古时期，人类基于双手十个手指的生理特征，自然形成以十为基础的计数习惯，从结绳记数、刻痕记数到甲骨文用符号表示数字，再到算筹出现，逐步完善。算筹明

确逢十进一原则，通过个位纵式、十位横式等规则，在数学运算和天文历法等领域广泛应用。后因其简单实用，在全球传播，成为现代社会主要计数进制。

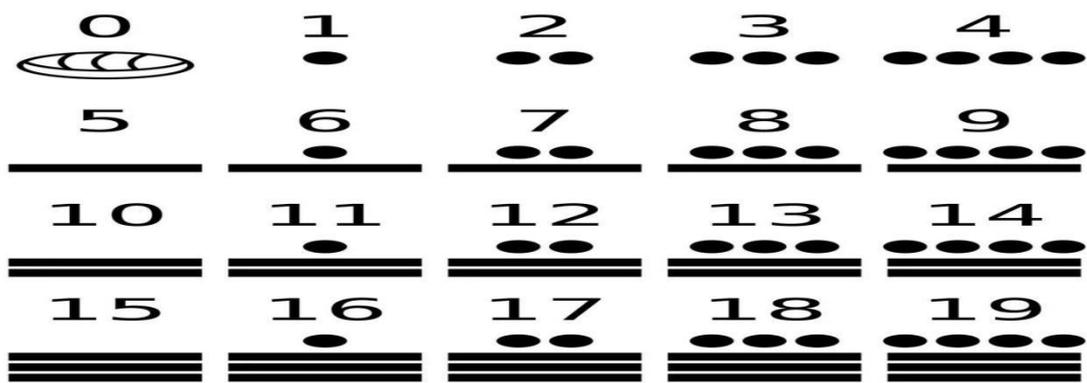


六十进制起源于古巴比伦文明，或许因 60 因数多利于运算和度量衡划分。他们用楔形文字符号表示数字，在天文历法中广泛应用，能精确计算行星运动和天体位置。其对时间（1 小时等于 60 分钟等）和角度（1 度等于 60 分等）度量影响深远。

∟ 1	∟∟ 11	∟∟∟ 21	∟∟∟∟ 31	∟∟∟∟∟ 41	∟∟∟∟∟∟ 51
∟∟ 2	∟∟∟ 12	∟∟∟∟ 22	∟∟∟∟∟ 32	∟∟∟∟∟∟ 42	∟∟∟∟∟∟∟ 52
∟∟∟ 3	∟∟∟∟ 13	∟∟∟∟∟ 23	∟∟∟∟∟∟ 33	∟∟∟∟∟∟∟ 43	∟∟∟∟∟∟∟∟ 53
∟∟∟∟ 4	∟∟∟∟∟ 14	∟∟∟∟∟∟ 24	∟∟∟∟∟∟∟ 34	∟∟∟∟∟∟∟∟ 44	∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 54
∟∟∟∟∟ 5	∟∟∟∟∟∟ 15	∟∟∟∟∟∟∟ 25	∟∟∟∟∟∟∟∟ 35	∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 45	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 55
∟∟∟∟∟∟ 6	∟∟∟∟∟∟∟ 16	∟∟∟∟∟∟∟∟ 26	∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 36	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 46	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 56
∟∟∟∟∟∟∟ 7	∟∟∟∟∟∟∟∟ 17	∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 27	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 37	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 47	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 57
∟∟∟∟∟∟∟∟ 8	∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 18	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 28	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 38	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 48	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 58
∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 9	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 19	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 29	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 39	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 49	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 59
∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 10	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 20	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 30	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 40	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟ 50	

### 楔形文字符号

二十进制与玛雅文明紧密相连。玛雅人可能基于手指和脚趾总数发展出此进制，以点和横为符号，有完整位值制。在天文历法方面表现卓越，用于记录时间周期和天文现象，虽随玛雅文明衰落应用范围缩小，但为研究古代文明提供重要线索。



## 二、认识进位制

进位制是人们为了记数和运算方便而约定的记数系统，“逢几进一”就是几进制，几进制的基数就是几。

“逢几进一”是进位制的计数原则。以十进制为例，当个位上的数字累积到 10 时，就会向十位进一位，也就是逢十进一。

“几进制的基数就是几”，在小学数学中，基数是指一个集合中元素的个数。以十进制为例，数字 0 到 9 在各个数位上循环出现，所以十进制的基就是 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9，这十个数字符号，基数就是表示这组基的个数。二进制则只有两个数字符号：0 和 1，二进制的基数为 2。二进制在计算机科学中有着广泛的应用。除了十进制和二进制，还有八进制、十六进制等进位制。八进制使用八个数字符号：0、1、2、3、4、5、6、7；十六进制使用十六个数字符号：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F。

目前只有十进制有特殊称谓比如 1234 读作一千二百三十四，但为了区分不同的进位制，常在数字的右下脚标明基数例如  $(1001)_2$ ，读作二进制下的数一零零一。

## 三、不同进位制的转换

位权是指指数制中每一固定位置对应的单位值。在不同的进位制中，每个数位的位权都不同，它是由进位制的基数和数位位置共同决定的。简单来说，位权表示数字中某一位的数字单位所代表的实际数值大小。

在十进制中，基数是 10。从右到左，第一位是个位，位权是  $10^0=1$ ；第二位是十位，位权是  $10^1=10$ ；第三位是百位，位权是  $10^2=100$ ；以此类推。例如，数字 321,1 所在的个位位权是 1,它表示  $1 \times 1$ ；2 所在的十位位权是 10,它表示  $2 \times 10$ ；3 所在的百位位权是 100,它表示  $3 \times 100$ 。这个数字实际上是  $3 \times 100 + 2 \times 10 + 1 \times 1$ 。

八进制，八进制的基数是 8。从右到左，各数位的位权依次是  $8^0=1$ 、 $8^1=8$ 、 $8^2=64$  等。例如，八进制数 35,5 所在的个位位权是 1,它表示  $5 \times 1$ ；3 所在的八位位权是 8,它表示  $3 \times 8$ ,转换为十进制是  $3 \times 8 + 5 \times 1 = 29$ 。

### N 进制转化为十进制

例如，十进制数 1234 的按权展开式为：

$1234 = 1000 + 200 + 30 + 4 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$  通过展开式可以看出，位权从左边开始分别是  $10^3$ 、 $10^2$ 、 $10^1$ 、 $10^0$

将二、八、十六等非十进制数转为十进制数，可以采用“按权展开并求和”法。

二进制数转十进制数：  $(1001)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 0 + 0 + 1 = 9$

八进制数转十进制数：  $(37)_8 = 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 24 + 7 = 31$

十六进制数转十进制数：  $(A7)_{16} = 10 \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 160 + 7 = 167$

# 十进制数转化为 N 进制数

方法一

## 按位权拆分法 (十进制转二进制)

“按位权拆分法”的本质是“按位权展开”的逆运算

1. 将十进制数拆分为若干个二进制位权相加组成的式子 (位权拆分从大到小)
2. 先自右向左依次列出位权, 然后将对应拆分的位权下标1, 其余标0即可。

例1:  $13 = 8 + 4 + 1 = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 1101$

例2:  $137 = 128 + 8 + 1 = 2^7 + 2^3 + 2^0 = 10001001$

$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
256	128	64	32	16	8	4	2	1

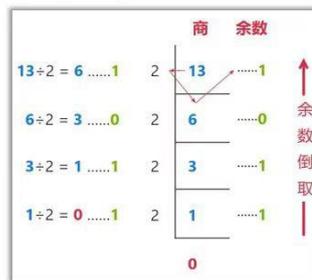
二进制位权对应表

小红书号: i\_aix

方法二

## 除2倒序取余法 (十进制转二进制)

1. 将数字除以2得到商和余数
2. 商按照第一步继续反复除以2, 直到商为0为止 ( $1 \div 2 = 0 \dots 1$ )
3. 将余数倒取即为结果



例1: 十进制数13 = 二进制数1101



例2: 十进制数137 = 二进制数10001001

小红书号: i\_aix